Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. S. Walcher
Dipl.- Gyml. D. Dossing

6. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Donnerstag, den 25.11.2004, vor der Übung)

Hausaufgaben

Aufgabe 1: Bekanntlich ist die *geometrische Reihe* $\sum_{k=0}^{\infty} q^k$ konvergent mit

$$\sum_{k=0}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q} \text{ für } \mid q \mid < 1.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe der geometrischen Reihe eine Dezimalbruchentwicklung für folgende Zahlen:

a) $0,555555555...$
b) $0,123123123...$
c) $0,123232323...$

Aufgabe 2: Es liege eine Substanz in Lösung vor, von der pro Stunde 30 % durch Mikroben abgebaut werden. Am Ende jeder Stunde wird 1g Substanz neu hinzugegeben. Außerdem liegen zu Beginn des Prozesses 5g Substanz gelöst vor.
Stellen Sie eine Rekursionsformel für die Folge (a_n) auf, welche die Menge der Substanz zu Beginn von Stunde n angibt.

Aufgabe 3: Gegeben sei die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$.
a) Begründen Sie, warum diese Reihe konvergiert.
b) Geben Sie einen Näherungswert an, so daß der Betrag des Fehlers kleiner als $\frac{1}{100}$ ist.

Aufgabe 4: Gegeben ist eine positive Zahl q. Die rekursiv definierte Folge mit

$a_0 = 1, a_{n+1} = q a_n 2^{-a_n}$

beschreibt nach dem Ricker-Modell die Entwicklung einer Population mit diskreter Generationenfolge. Verfolgen Sie mit Hilfe des Taschenrechners in den drei Fällen $q = 1$, $q = 2$, $q = 4$ jeweils die Entwicklung so weit, dass Sie Vermutungen über das Langzeitverhalten aufstellen können.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Bestimmen Sie mit Hilfe der geometrischen Reihe eine Dezimalbruchentwicklung für folgende Zahlen:

a) $0,88888888...$
b) $0,45454545...$
c) $0,334343434...$

Aufgabe 2: Gegeben sei eine rekursiv definierte Folge (a_n) mit
$a_0 = 5, a_{n+1} = \frac{3}{5}a_n + 2$.

a) Bestimmen Sie eine geschlossene Formel für die Folge (a_n).
b) Geben Sie den Grenzwert der Folge (a_n) an.

Aufgabe 3: Gegeben sei die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n \cdot n!}$.
a) Begründen Sie, warum diese Reihe konvergiert.
b) Geben Sie einen Näherungswert an, so daß der Betrag des Fehlers kleiner als $\frac{1}{100}$ ist.