

9. Übung zu Ebene Geometrie

Abgabe: 13. 1. 2003, bis 16.10 Uhr im Kasten vor Raum HG 155 oder zu Übungsbeginn beim Übungsleiter

Frohe Weihnachten! Ihr Ebene-Geometrie-Team wünscht Ihnen ein frohes Fest und erholsame Ferien. Immerhin können Sie sich ja mit der Bearbeitung dieses Aufgabenblattes etwas Zeit lassen.

Weihnachtsgeschenk? Der Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik der Universität Bayreuth hat eine neue Version von Geonext herausgebracht. Neu ist im Wesentlichen die ausführliche Hilfsfunktion. Genauere Informationen und die neue Version erhalten sie unter <http://www.geonext.de>, niemand zwingt Sie jedoch, ihre Hausaufgaben mit GEONEXT 1.0 zu bearbeiten.

Generalvoraussetzung: Im Folgenden wird die reelle euklidische Ebene $\mathbb{E} = (\mathbb{R}^2, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ betrachtet.

Aufgabe 34 (Bewegungen mit Determinante 1) Durch $f(x) := Tx + q$ sei für ein $T \in \text{SO}(2)$ eine Bewegung definiert. Zeigen Sie im Fall, dass T von der Einheitsmatrix E verschieden ist, dass f genau einen Fixpunkt p hat und es ein $\varphi \in \mathbb{R}$ gibt, so dass

$$f(p + \rho e(\psi)) = p + \rho e(\psi + \varphi)$$

für alle $\rho > 0$ und $\psi \in \mathbb{R}$ gilt.

Aufgabe 35 (Bewegungen mit Determinante -1) Sei nun via $q \in \mathbb{R}^2$ und $T \in \text{O}(2)$ mit $\det T = -1$ die Bewegung $f : \begin{cases} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ x & \longmapsto Tx + q \end{cases}$ definiert.

- Wieviele Fixpunkte hat f ? Nennen Sie die auftretenden Fälle.
- Zeigen sie: Es gibt $p \in \mathbb{E}$, $w \in \mathbb{E}$ und $S \in \text{O}(2)$ mit $Sw = w$ so, dass

$$f(x) = S(x - p) + p + w \quad .$$

Dann ist $w = 0$ genau dann, wenn f Fixpunkte hat.

- Fertigen Sie je eine Skizze für beide Fälle $w = 0$ und $w \neq 0$ an.

Aufgabe 36 (2 Schnittpunktformeln) Seien $G_{a,u}$, $H_{c,\gamma}$ und $H_{d,\delta}$ Geraden. Zeigen Sie mit Hilfe von

$$G_{a,u} \cap G_{b,v} = \frac{1}{[u,v]} ([b,v]u - [a,u]v)$$

und Lemma III, §2, 2, die folgenden 2 Gleichungen: (Im Fall genau eines Schnittpunkts)

- $H_{c,\gamma} \cap H_{d,\delta} = \frac{1}{[c,d]} (\delta c^\perp - \gamma d^\perp)$
- $G_{a,u} \cap H_{c,\gamma} = a + \frac{\gamma - \langle a,c \rangle}{\langle u,c \rangle} u$.

Aufgabe 37 (Zeichenaufgabe) Mit Hilfe von GEONE_xT löse man folgende Aufgabe:

Wenn P ein Parallelogramm mit Seitenlängen 5 und 4,1 ist und die eine Diagonale die Länge 8,9 hat, welche Länge hat dann die zweite Diagonale? Und welchen Flächeninhalt hat das Parallelogramm?

Dazu konstruieren Sie ein solches Parallelogramm¹, messen die Länge der zweiten Diagonale und z.B. die Seitenlängen eines flächengleichen Rechtecks.

Schicken Sie ein Email mit ihrer Messung an sebastian.mayer@mathA.rwth-aachen.de (oder geben Sie einen Ausdruck ihrer Zeichnung inklusive Konstruktionsprotokoll ab).

Aufgabe 38 (*Kreuzworträtsel*) Lösen Sie das beigefügte Kreuzworträtsel!² Es handelt sich meist um Begriffe rund um die Vorlesung, jedoch nicht immer. Wie üblich ist ä=ae, ö=oe, ü=ue und ß=ss. Viel Spaß!

¹GEONE_xT erlaubt es, Kreise aufgrund einer Angabe des Radius und eines Mittelpunktes zu konstruieren. Außerdem kann man mit GEONE_xT die Länge von Strecken messen und am Bildschirm ausgeben.

²Die 2 Punkte auf des Rätsels werden außer der Reihe gewertet.