LEHRSTUHL A FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. S. Walcher,
Dipl.-Math. S. Mayer

Aachen, den 27. Januar 2002

12. Übung zu Ebene Geometrie

Abgabe: 3. 2. 2003, bis 16.10 Uhr im Kasten vor Raum HG 155 oder zu Übungsbeginn beim Übungsleiter

Generalvoraussetzung: Im Folgenden wird die reelle euklidische Ebene $\mathbb{E} = \left(\mathbb{R}^2, \langle \circ, \circ \rangle\right)$ betrachtet.

Aufgabe 47 Seien a, b verschiedene Punkte in $\mathbb{E}$ und $0 < \lambda \neq 1$. Definiere $K := \{x : |x-a| = \lambda |x-b|\}$

a) Zeigen Sie, dass K ein Kreis ist. Was ist sein Mittelpunkt? Was ist sein Radius?

b) Sind c und d die Schnittpunkte von K mit $a \vee b$, so gilt:

$$\frac{|d-a|}{|d-b|} = \frac{|c-a|}{|c-b|}$$

c) Skizzieren Sie das Ergebnis für $\lambda = \frac{1}{2}$.

Aufgabe 48 (Tangenten an Kreise) Sei $m \in \mathbb{E}$, $\rho > 0$. Definiere $K := \{x : |x-m| = \rho\}$. Zeigen Sie:

a) Die Gerade $H_{c,\gamma}$ ist genau dann eine Tangente an K, wenn $(\langle c, m \rangle - \gamma)^2 = \rho^2 |c|^2$.

b) G sei eine Gerade. Dann gibt es genau zwei Tangenten an K, die parallel zu G sind.

Hinweis: In a) gibt es eine Alternative zur umfangreichen direkten Rechnung.

Aufgabe 49 (Polare) Seien $m \in \mathbb{E}$, $\rho > 0$. Definiere $K := \{x : |x-m| = \rho\}$. Zeigen Sie:

a) Liegt p im Inneren von K ($p \neq m$), so hat T_p mit K keinen Schnittpunkt.

b) Seien p, q und m paarweise verschieden. Dann ist $r \in T_p \cap T_q \Leftrightarrow p \vee q = T_r$.

Aufgabe 50 (Zeichenaufgabe: Tangentenkonstruktion ohne Zirkel) Benützen Sie Lemma IV, §1, Abschnitt 4 um die Polare zu einem Punkt p außerhalb eines Kreis zu konstruieren und konstruieren Sie damit die beiden Tangenten an den Kreis durch p. Die Konstruktion soll aus der Zeichnung ersichtlich sein, und p und der Kreis sollen naträglich veränderbar sein. Abgabe wie üblich via E-Post an sebastian.mayer@matha.rwth-aachen.de.

Aufgabe 51 ($*$ Literaturaufgabe $*$) Verfassen Sie einen kurzen Aufsatz ($\leq$ 1 Seite) zum Thema „Sherlock Holmes und die Mathematik“. (Hinweis: Es ist der Original - Sherlock Holmes von A. C. Doyle gemeint!)

Preis für die beste Arbeit: 1 Tüte englisch Weingummi.

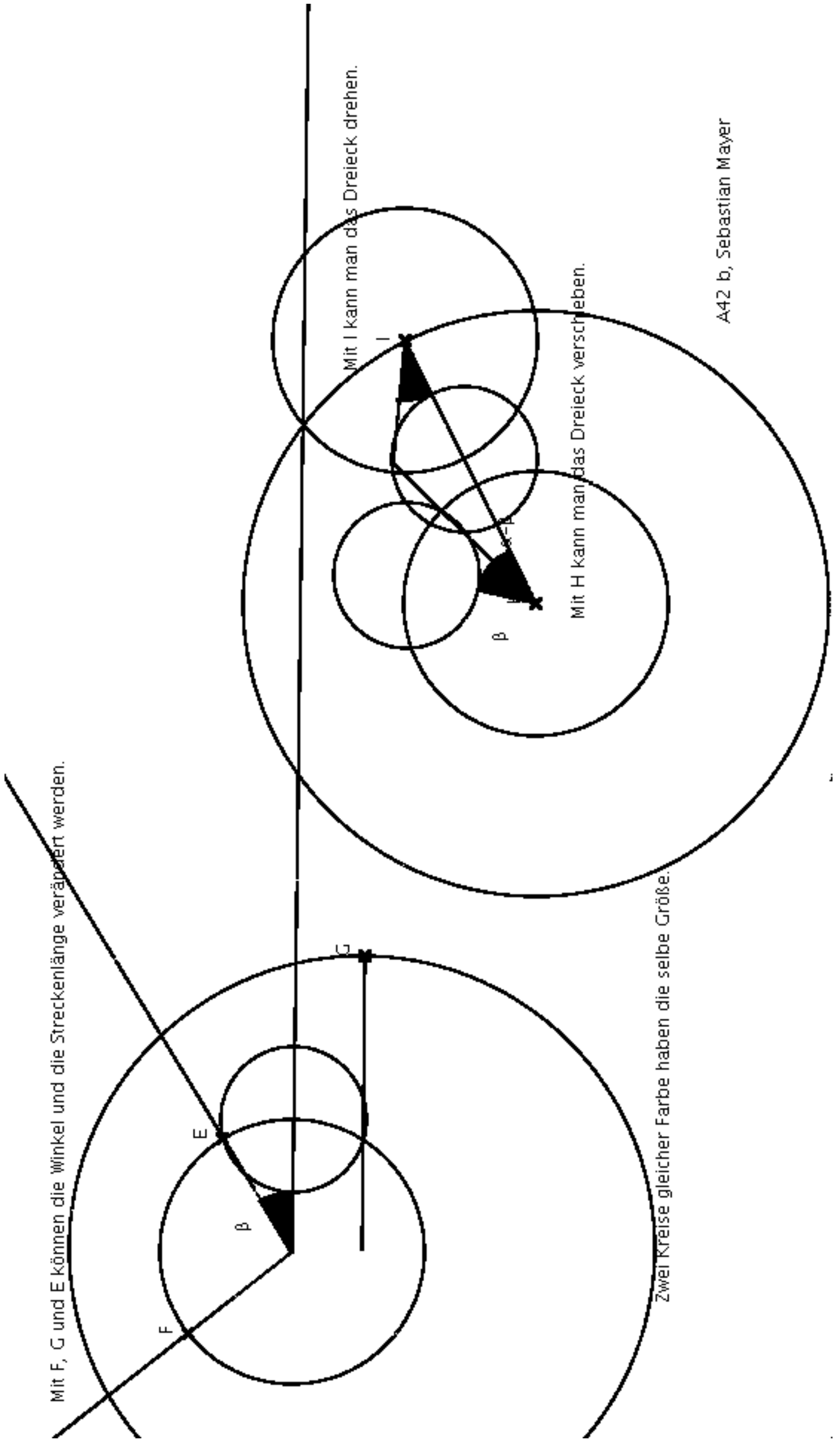

Abbildung 1: 42 b), vgl. http://www.mathA.rwth-aachen.de/lehre/WS02/Geometrie/uebungen