Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. R. Stens
J. Rettemeier
J. Weiss

Aachen, den 12.11.2001

4. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Montag, den 19.11.2001, vor der Übung)

Aufgabe 1: Ein Laubbaum mit einer mittleren Lebensdauer von 100 Jahren produziert insgesamt 6600 kg Sauerstoff (O_2). Ein PKW verbraucht im Stadtverkehr 290 Liter O_2 pro Minute. Die Dichte von O_2 beträgt $1,43\ kg/m^3$. Für wie lange reicht die jährliche O_2-Produktion eines Laubbaumes?

Aufgabe 2: * Ein hochgereinigtes Enzym habe eine spezifische Aktivität von 300 $Units$ pro mg und eine molare Masse von 60000 $Dalton$. Wie viele Substratmoleküle setzt ein Enzymmolekül pro Sekunde um? (1 $Unit$ entspricht der Umsetztung von 1 μmol Substrat pro Minute. Die molare Masse gemessen in Dalton gibt an, wie viel Gramm ein Mol wiegt. Z. B.: Hat eine Substanz die molare Masse von einem Dalton, dann wiegt 1 mol der Substanz genau 1 g. Ein Mol jeder Substanz besitzt etwa $6 \cdot 10^{23}$ Moleküle.)

Aufgabe 3: Es liegen drei Lösungen A, B und C eines Stoffes vor, wobei A 5%-ig und B 10%-ig sei.
a) Wieviel muß man von den Lösungen A und B mischen, um einen Liter einer 7%-igen Lösung zu erhalten?
b) Eine Mischung von 1 Liter A, 2 Liter B und 20 Liter C ist 3%-ig. Wie hoch ist die Konzentration in C?

Aufgabe 4: * Man hat zwei Thermoskannen A und B mit Kaffee. In jedem Liter des Kaffees in A (B) sind 30 g (60 g) Milchpulver und 60 g (10 g) Zucker gelöst. Wie viel Kaffee benötigt man aus den beiden Kannen, um eine Tasse (200 ml) Kaffee mit gleich viel Zucker wie Milchpulver zu erhalten?

Aufgabe 5: * Es liege eine Kultur von anfänglich a_0 Bakterien vor. Von diesen sterben ständig so viele Bakterien, dass nach jeweils einem Tag nur noch ein Anteil q mit $0 \leq q < 1$ der ursprünglichen Bakterien vorhanden ist. Um die Verluste auszugleichen, werden jeweils nach einem Tag b neue Bakterien hinzugefügt.
i) Ermitteln und beweisen Sie eine allgemeine Formel für die Anzahl a_i der nach $i \in \mathbb{N}_0$ Tagen vorhandenen Bakterien.
ii) Wie muss man b wählen, damit die Anzahl der Bakterien nach 10 Tagen $k \cdot a_0$ für ein $k \in \mathbb{N}$ beträgt? Erläutern Sie das Ergebnis für den Fall $k = 1$.

Aufgabe 6: Eine Bevölkerung von $8 \cdot 10^7$ Menschen im Jahre 1990 nehme jährlich um 1% ab (weil die Anzahl der Gestorbenen jeweils höher ist, als die Anzahl der Neugeborenen), wachse aber am Ende jedes Jahres um $3 \cdot 10^5$ Menschen (Einwanderungsüberschuss). Wie viele Menschen gibt es im Jahr 2002?

Aufgabe 7: Von einem Enzym gebe es die beiden Varianten A und B. A (B) habe eine spezifische Aktivität von 2000 (1500) *Units* pro *mg* Protein bei einer molaren Masse von 60000 (30000) *Dalton*.
Bestimmen Sie die prozentualen Gewichtsanteile der beiden Varianten in einem Gemisch, in dem jedes Enzymmolekül pro Sekunde durchschnittlich 1000 Substratmoleküle umsetzt.

Lösungen zur 3. Übung:

Aufgabe 2: Es werden 0,0024 g Natriumazid benötigt.

Aufgabe 5:

ii) $\mathbf{L} = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x = \frac{9-3z}{2}, y = \frac{7+z}{2}, z \in \mathbb{R}\right\}$

iii) $x = 2,\ y = 2,\ z = 2$

iv) Es gibt keine $x, y, z \in \mathbb{R}$, die diese Gleichungen erfüllen.

Aufgabe 6:

b) $\mathbf{L} = \{-2, -3, 0\}$

c) $\mathbf{L} = \left\{-1 - \frac{2}{\sqrt{3}}, -1 + \frac{2}{\sqrt{3}}\right\}$

d) $\mathbf{L} = \{2, -2, 3, -3\}$

e) $\mathbf{L} = \{-1\}$

f) $\mathbf{L} = \emptyset$

g) $\mathbf{L} = \emptyset$

h) $\mathbf{L} = \{x \in \mathbb{R}; x \leq 1\}$

j) $\mathbf{L} = \{0\}$, da $\frac{x^2-x-2}{x+1}$ für $x = -1$ nicht definiert ist.

k) = f)