LEHRSTUHL A FÜR MATHEMATIK

Prof.Dr.R.Stens

J.Rettemeier

J.Weiss

Aachen, den 29.10.2001

2.Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Montag, den 5.11.2001, vor der Übung)

Aufgabe 1: Es seien $a, b, c \in \mathbb{N}$. Vereinfachen Sie folgende Terme:

a)* $\dfrac{100 \cdot 25 \cdot 10^6 \cdot 1000 \cdot 25^2 \cdot 4^3}{1000000}$ b)* $\left((64^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} + \dfrac{\sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10}}{2}\right)^{\frac{2}{3}} - 9$

c) $\dfrac{a^6 \cdot b^7}{b \cdot a^3 \cdot (a+b)^3}$ d) $\dfrac{(a \cdot a^2 \cdot a^b)^3}{b^9 \cdot (b^3)^b}$

e)* $(a^b)^c \cdot (a^{-b})^c \cdot (a^b)^{-c} \cdot (a^{-b})^{-c}$ f)* $a^{-2b} \cdot (2a^{4b} + (a \cdot a^{2b})^2 \cdot a^{-2})$.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen:

a)* $|x-1| + x \leq 5$ b) $|x-2| + |x+3| \geq 5$ c)* $3x^2 \geq |x||x-1|$

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen:

a)* $x + 3 > \dfrac{x+18}{3x-2}$ b) $\sqrt{x^2-9} \leq \dfrac{x+3}{2}$

Aufgabe 4*: Beweisen Sie die Bernoullische Ungleichung mittels vollständiger Induktion: Sei a eine reelle Zahl mit $a > -1$, so gilt für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$(1+a)^n \geq 1 + na$$

Aufgabe 5: Führen Sie den Induktionsschluss von $A(n)$ auf $A(n+1)$ durch:

a)* $A(n):\ \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{2n+1}{n+1}$ b) $A(n):\ \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$

Welche der beiden Aussagen $A(n)$ gilt für alle $n \in \mathbb{N}$?

Aufgabe 6*: Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion für alle natürlichen Zahlen n und alle von 1 verschiedenen reellen Zahlen q:

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Lösungen (zu den nicht vorgerechneten Aufgaben aus Übung 1)

Aufgabe 1: a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Aufgabe 2: $D \subset A \subset C \subset B$

Aufgabe 3:

$A \cap B = \{6, 12, 18, 24, \ldots\} = C$

$A \cap C = \{6, 12, 18, 24, \ldots\} = C$

$B \cap C = \{6, 12, 18, 24, \ldots\} = C$

$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, \ldots\} = \{x \in \mathbb{N}; 2 \text{ teilt } x \vee 3 \text{ teilt } x\}$

$A \cup C = \{2, 4, 6, 8, 10, \ldots\} = A$

$B \cup C = \{3, 6, 9, 12, \ldots\} = B$

$A \setminus B = \{2, 4, 8, 14, 16, \ldots\} = \{x \in \mathbb{N}; 2 \text{ teilt } x \wedge 3 \text{ teilt nicht } x\}$

$B \setminus A = \{x \in \mathbb{N}; 3 \text{ teilt } x \wedge 2 \text{ teilt nicht } x\}$

$A \setminus C = \{x \in \mathbb{N}; 2 \text{ teilt } x \wedge 6 \text{ teilt nicht } x\}$

$C \setminus A = \{x \in \mathbb{N}; 6 \text{ teilt } x \wedge 2 \text{ teilt nicht } x\} = \emptyset$

$B \setminus C = \{x \in \mathbb{N}; 3 \text{ teilt } x \wedge 6 \text{ teilt nicht } x\} = \{3, 9, 15, 21, 27, \ldots\} = 3 + 6 \cdot \mathbb{N}_0$

$C \setminus B = \emptyset$

$(A \cup B) \cap C = \{x \in \mathbb{N}; 2 \text{ teilt } x \vee 3 \text{ teilt } x\} \cap \{6, 12, 18, 24, \ldots\} = \{6, 12, 18, 24, \ldots\} = C$

$(A \cap C) \cup (B \cap C) = C \cup C = C$

Aufgabe 5: a) (ii): $0 + 1 + 3 + 6 + 10 = 20$

Aufgabe 6: b) $\displaystyle\sum_{n=8}^{9} \frac{n \cdot (n+1)}{2} = 81$

Termine für die Übungsgruppen

Nr.	**Tag**	**Zeit**	**Hörsaal**	**Leitung**
I	Di	12:15–13:45	6019	Rettemeier
II	Mi	10:00–11:30	F 60	Rettemeier
III	Mi	12:00–13:30	6019	Rettemeier
IV	Do	12:00–13:30	H 218	Weiss
V	Do	14:00–15:30	BS 1	Weiss
VI (neu)	Mi	10:00–11:30	BS 218	Weiss

Klausurtermin: Sa. 02.02.2002 um 12:00 Uhr im AM