LEHRSTUHL A FÜR MATHEMATIK Aachen, den 22.10.2001

Prof. Dr. R. Stens
J. Rettemeier
J. Weiss

1. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Montag, den 29.10.2001, vor der Übung)

Hinweis: Die in der Vorlesung ausgeteilten Übungsblätter sollen es Ihnen ermöglichen, den vorgestellten Stoff anhand von Aufgaben einzuüben. Die Bearbeitung der Aufgaben ist vollkommen freiwillig, wird Ihnen aber sehr empfohlen. Falls Sie möchten, dass ihre Bearbeitungen korrigiert werden, geben Sie diese bitte zu Beginn der jeweils nächsten Übung ab. In der Übung werden dann Lösungen zu ausgewählten Aufgaben (diese sind mit einem * gekennzeichnet) vorgestellt. Sie erhalten Ihre korrigierten Bearbeitungen eine Woche später in der darauf folgenden Übung zurück. Erster Übungstermin ist der 22.10.2001 von 12:00 bis 12:45 Uhr im Hörsaal **AH II**. Die Einteilung in die Diskussionsgruppen erfolgt ebenfalls an diesem Termin. Einzige Bedingung zur Erlangung des Scheins ist das Bestehen der Klausur. Der genaue Termin wird noch bekanntgegeben. Die Übungsblätter finden Sie auch unter

http://www.mathA.rwth-aachen.de/lehre/WS01/Biologie

Aufgabe 1: Stellen Sie die folgenden Mengen in der aufzählenden Form dar:

a) $\{x \in \mathbb{N}; x \leq 6\}$

b)* $\{x \in \mathbb{N}; x \text{ ist eine Primzahl mit } x \leq 35\}$

c)* $\{x \in \mathbb{R}; x^4 - 2x^2 = 0\}$

d)* $\{x \in \mathbb{Q}; x^4 - 2x^2 = 0\}$

e)* $\{x \in \mathbb{R}; x^2 = -4\}$

Aufgabe 2: Bringen Sie die folgenden Mengen in eine aufsteigende (bzw. abfallende) Kette bzglüglich der Teilmengenrelation.

A:=$\{1, 3, 5, 7, 9, 13\}$, B:= $\{x \in \mathbb{Z}; 2 \text{ teilt nicht } x\}$,

C:= Menge aller ungeraden natürlichen Zahlen, D:= $\emptyset$

Aufgabe 3: Gegeben sind die folgenden drei Mengen:

$A := \{2, 4, 6, \ldots\}, \qquad B := \{3, 6, 9, \ldots\}, \qquad C := \{6, 12, 18, \ldots\}.$

Wenden Sie auf alle drei Paare von Mengen die Verknüpfungen $\cap$, $\cup$ sowie $\setminus$ an. Verifizieren Sie anhand obiger Mengen das Distributivgesetz
$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$.

Aufgabe 4:* Gegeben seien die folgenden Teilmengen von $\mathbb{N}$:
$A :=$ Menge aller geraden natürlichen Zahlen.
$B :=$ Menge aller ungeraden natürlichen Zahlen.
$C :=$ Menge aller Primzahlen.
Bestimmen Sie $A \cup B, A \cap B, A \cap C, A \setminus B, B \cap C, A \cup C, B \cup C$.

Definition 1: Für beliebige ganze Zahlen p, q definiert man:

$$\sum_{k=p}^{q} a_k := \begin{cases} 0, & \text{falls } q < p, \\ a_p + a_{p+1} + \ldots + a_q, & \text{falls } q \geq p, \end{cases}$$

wobei die a_k irgendwelche Objekte (z.B. Zahlen, Vektoren, Funktionen, ...) sind.

Aufgabe 5: Berechnen Sie die folgenden Summen bzw. fassen Sie zu einer Summe zusammen.

a) (i)* $\displaystyle\sum_{j=1}^{5} \frac{(j+1)(j+3)}{2j-1}$ (ii) $\displaystyle\sum_{n=0}^{4} \frac{n(n+1)}{2}$

b) (i)* $1 + 4 + 9 + 16 + \ldots + 625$ (ii)* $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 150$

(iii)* $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 51$ (iv)* $3 + 2 + \frac{5}{3} + \frac{3}{2} + \frac{7}{5} + \frac{4}{3} + \frac{9}{7} + \frac{5}{4}$

Hinweis zu (iv): Schreiben Sie alle Summanden als Brüche und erweitern sie diese geschickt.

Aufgabe 6 Vereinfachen Sie folgende Terme durch eine geschickte Indexverschiebung. Dabei ist eine Indexverschiebung eine Umbenennung der vorkommenden Indizes in der folgenden Art (alle vorkommenden Größen b_j seien wohldefiniert):

$$\sum_{j=k}^{l} b_j = \sum_{j=k-m}^{l-m} b_{j+m} \qquad (k, l, m \in \mathbb{Z}).$$

(i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{7} \frac{(n+2)(n+3)}{2} - \sum_{n=3}^{7} \frac{n(n+1)}{2}$ (ii)* $\displaystyle\sum_{n=0}^{3} \frac{n+1}{n+2} - \sum_{n=1}^{4} \frac{n}{n+1}$

Termine für die Übungsgruppen

Nr.	**Tag**	**Zeit**	**Hörsaal**	**Leitung**
I	Di	12:15–13:45	6019	Rettemeier
II	Mi	10:00–11:30	F 60	Rettemeier
III	Mi	12:00–13:30	6019	Rettemeier
IV	Do	12:00–13:30	H 218	Weiss
V	Do	14:00–15:30	BS 1	Weiss
VI	Fr	12:00–13:30	BS 312	Weiss