Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. R. Stens
S. Bauer

Aachen, den 27.11.2000

6. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Montag, den 4.12.2000, vor der Übung)

Aufgabe 1: Bestimmen Sie den Grenzwert a der Folge $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$, und geben Sie das kleinste $N \in \mathbb{R}$ an, so daß $|a_n - a| < 10^{-3}$ für $n \geq N$ gilt:

a) $a_n = \dfrac{n+1}{2n-1}$; b)* $a_n = \dfrac{6n-2}{3n+7}$; c) $a_n = \dfrac{n^2+n}{2n^2+1}$.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie, falls möglich, den Grenzwert a der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$

a) $a_n = \dfrac{n^2+7n-3}{2n^2-5n+6}$; b) $a_n = \dfrac{3n^3-1}{4n^2+2}$; c)* $a_n = \dfrac{n+1}{2n^2+1}$; d)* $a_n = \dfrac{2n+(-1)^n n}{n}$.

Aufgabe 3: Bestimmen Sie den Grenzwert a der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$; dabei ist $a_n =$

a) $\left(6+\frac{1}{n}\right)\left(\dfrac{n+2}{2n+1}-1\right)$; c)* $\dfrac{n+1}{\sqrt{2n^2+1}}$; d)* $\sqrt[n]{3}$.

Aufgabe 4:
Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n = (1+\frac{1}{n})^n$ konvergiert gegen die Eulersche Zahl $e = 2.718\ldots$.
Bestimmen Sie den Grenzwert a der Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$; dabei ist $a_n =$

a) $\left(1+\dfrac{1}{2n}\right)^{2n}$; b) $\left(1+\dfrac{1}{2n}\right)^{4n}$; c) $\left(\dfrac{4n+1}{4n}\right)^{n}$; d) $\left(\dfrac{4n-1}{4n-2}\right)^{n}$;
e)* $\left(\dfrac{4n-2}{4n-1}\right)^{n}$; f) $\left(\dfrac{3n+1}{3n+2}\right)^{6n+5}$.

Aufgabe 5: Berechnen Sie, falls möglich, den Grenzwert a der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$:

a) $a_n = \sqrt{n^2+n}-n$; b)* $a_n = \sqrt{n^2+1}-\sqrt{n^2-4n+5}$; c) $a_n = n\left(1-\sqrt[4]{1-\frac{1}{n}}\right)$.