Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. R. Stens
S. Bauer

Aachen, den 30.10.2000

2. Übung zur Mathematik für Biologen

(Abgabe: Montag, den 6.11.2000, vor der Übung)

Hinweis: Die Gruppenübungen finden zu folgenden Terminen statt:

Montag, 13.30-15:00 Uhr, H 212,

Dienstag, 12:00-13.30 Uhr, AH VI,

Donnerstag, 14:00-15.30 Uhr, H 212.

Die Übungen zur Vorlesung werden in näherer Zukunft unter www.matha.rwth-aachen.de /lehre/ws00/biologen im Internet abrufbar sein.

Aufgabe 1: Es seien $a, b, c \in \mathbb{N}$. Vereinfachen Sie folgende Terme:

a)* $\frac{100\cdot 25\cdot 10^6\cdot 1000\cdot 25^2\cdot 4^3}{1000000}$ b)* $\left\{\left(64^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} + \frac{\sqrt{2}\cdot 5\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}}{2}\right\}^{\frac{2}{3}} - 9$

c) $\frac{a^6\cdot b^7}{b\cdot a^3\cdot(a+b)^3}$ d) $\frac{(a\cdot a^2\cdot a^b)^3}{b^9\cdot(b^3)^b}$

e) $(a^b)^c\cdot(a^{-b})^c\cdot(a^b)^{-c}\cdot(a^{-b})^{-c}$ f)* $a^{-2b}\cdot\{2a^{4b}+(a\cdot a^{2b})^2\cdot a^{-2}\}$.

Aufgabe 2: Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen:

a)* $|x-1|+x\le 5$ b) $|x-2|+|x+3|\ge 5$

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen:

a)* $x+3 > \frac{x+18}{3x-2}$ b) $\frac{1}{2x^2+4x+4} \le \frac{1}{x^2+8x+25}$ c) $\sqrt{x^2-9} \le \frac{x+3}{2}$

Aufgabe 4: Beweisen Sie die Bernoullische Ungleichung mittels vollständiger Induktion: Sei a eine reelle Zahl mit $a > -1$, so gilt für alle $n \in \mathbb{N}$: $(1+a)^n \ge 1+na$.

Aufgabe 5: Führen Sie den Induktionsschluß von $A(n)$ auf $A(n+1)$ durch:

a) $A(n): \quad \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{2n+1}{n+1}$

b) $A(n): \quad \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$

Welche der beiden Aussagen $A(n)$ gilt für alle $n \in \mathbb{N}$?

Aufgabe 6: * Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion für alle natürlichen Zahlen n und alle von eins verschiedenen reellen Zahlen q:

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}.$$