Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. R. Stens
S. Bauer

Aachen, den 19.10.2000

1. Übung zur Quantitativen Biologie I

(Abgabe: Montag, den 30.10.2000, vor der Übung)

Hinweis: Die in der Vorlesung ausgeteilten Übungsblätter sollen es Ihnen ermöglichen, den vorgestellten Stoff anhand von Aufgaben einzuüben. Die Bearbeitung der Aufgaben ist vollkommen freiwillig, wird Ihnen aber sehr empfohlen. Falls Sie möchten, daß ihre Bearbeitungen korrigiert werden, geben Sie diese bitte zu Beginn der jeweils nächsten Übung ab. In der Übung werden dann Lösungen zu ausgewählten Aufgaben (Diese sind mit einem * gekennzeichnet.) vorgestellt, und Sie erhalten Ihre korrigierten Bearbeitungen eine Woche später in der folgenden Übung. Erster Übungstermin ist der 23.10.2000 von 12:00 bis 12:45 Uhr im Hörsaal **AHII**. Die Einteilung in die Diskussionsgruppen erfolgt ebenfalls an diesem Termin. Einzige Bedingung zur Erlangung des Scheins ist das Bestehen der Klausur. Der genaue Termin wird noch bekanntgegeben.

Aufgabe 1: Stellen Sie die folgenden Mengen in der aufzählenden Form dar:

a)* $\{x \in \mathbb{N}; x \leq 6\}$
b) $\{x \in \mathbb{N}; x \text{ ist eine Primzahl mit } x \leq 35\}$
c) $\{x \in \mathbb{R}; x^4 - 2x^2 = 0\}$
d) $\{x \in \mathbb{Q}; x^4 - 2x^2 = 0\}$
e)* $\{x \in \mathbb{R}; x^2 = -4\}$

Aufgabe 2: Bringen Sie,wenn möglich, die folgenden Mengen in eine aufsteigende (bzw. abfallende) Kette bzgl. der Teilmengenrelation. Berücksichtigen Sie dabei alle möglichen Ketten.

a) * A:= Menge aller Quadrate, B:=Menge aller Rechtecke, C:=Menge aller Vierecke, D:= Menge aller Trapeze, E:= Menge aller Parallelogramme

b) A:=$\{1, 3, 5, 7, 9, 13\}$, B:= $\{x \in \mathbb{Z}; 2 \text{ teilt nicht } x\}$, C:= Menge aller ungeraden natürlichen Zahlen, D:=$\emptyset$

Aufgabe 3: Gegeben sind die folgenden drei Mengen:
$A := \{2, 4, 6, \dots\}$ $\quad B := \{3, 6, 9, \dots\}$ $\quad C := \{6, 12, 18, \dots\}$
Wenden Sie auf alle drei Paare von Mengen die Verknüpfungen "$\cap$", "$\cup$" sowie "$\setminus$" an. Verifizieren Sie, anhand obiger Mengen das Distributivgesetz $(A \cup B) \cap C = (A \cap B) \cup (B \cap C)$.

Aufgabe 4: * Gegeben seien die folgenden Teilmengen von $\mathbb{N}$:
$A :=$ Menge aller geraden natürlichen Zahlen.
$B :=$ Menge aller ungeraden natürlichen Zahlen.
$C :=$ Menge aller Primzahlen.
Bestimmen Sie $A \cap B$, $A \cup B$, $A \cap C$, $A \setminus B$.

Definition 1: *Seien p, q beliebige ganze Zahlen und $k \in \{p, \ldots, q\} \subset \mathbb{Z}$. Mit a_k werden irgendwelche Objekte (z.B. Zahlen, Vektoren, Funktionen, ...) bezeichnet. Man definiert nun:*

$$\sum_{k=p}^{q} a_k := \begin{cases} 0 & \textit{falls } q < p, \\ a_p + a_{p+1} + \ldots + a_q & \textit{falls } q \geq p \end{cases}$$

Aufgabe 5: Berechnen Sie die folgenden Summen bzw. fassen Sie zu einer Summe zusammen.

a) (i) $\displaystyle\sum_{j=1}^{5} \frac{(j+1)(j+3)}{2j-1}$

(ii) $\displaystyle\sum_{n=0}^{4} \frac{n(n+1)}{2}$

b) (i) $1 + 4 + 9 + 16 + \ldots + 625$

(ii) * $2 + 4 + 6 + 8 + \ldots + 150$

(iii) $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 51$

(iv) $3 + 2 + \frac{5}{3} + \frac{3}{2} + \frac{7}{5} + \frac{4}{3} + \frac{9}{7} + \frac{5}{4}$
(**Hinweis:** Schreiben Sie alle Summanden als Brüche, und erweitern Sie diese geschickt.)

Aufgabe 6: Vereinfachen Sie folgende Terme durch eine geschickte Indexverschiebung.

a) $\displaystyle\sum_{n=-1}^{5} \frac{(n+2)(n+3)}{2} - \sum_{n=3}^{7} \frac{n(n+1)}{2}$

b) * $\displaystyle\sum_{n=0}^{3} \frac{n+1}{n+2} - \sum_{n=1}^{4} \frac{n}{n+1}$