LEHRSTUHL A FÜR MATHEMATIK
Prof. Dr. A. Krieg, A. Marschner

Aachen, den 12. Juli 2001

12. Übung zur Analysis IV

Abgabe: Dienstag, 17.07.2001, 10.00 Uhr

Organisatorisches: In der Klausur zur Analysis IV wird der Stoff von Kapitel XV bis einschliesslich XXI §3 abgefragt. Dabei kann dieser Stoff auch als Rechenaufgabe vorkommen. Die Ergebnisse der Übungen dürfen dabei nicht benutzt werden.
In der Vordiplomsklausur Analysis III/IV wird der gesamte Stoff der Analysis III und IV abgefragt, also Kapitel XII bis XXI. In der Vordiplomsklausur Analysis I/II wird der gesamte Stoff der Analysis I und II abgefragt, also Kapitel I bis XI. Die Klausur zur Analysis I-IV wird vierstündig sein und wird vom Umfang ungefähr wie die Vordiplomsklausuren Analysis I/II und Analysis III/IV zusammen ausfallen. Sie enthält den Stoff der Vorlesungen Analysis I bis IV, also von Kapitel I bis XXI. In den Vordiplomsklausuren dürfen Ergebnisse der Übungsaufgaben der Differentialgleichungen benutzt werden, sofern sie nicht expliziter Bestandteil der Aufgabe sind. Alle anderen Ergebnisse dürfen **nicht** benutzt werden.
Die Ferienübung (13. Übung) wird am 13.08.01 um 10.00 Uhr im Hörsaal III vorgerechnet werden. Die Punkte können noch dazu genutzt werden, den Schein in Analysis IV zu erwerben. Die Abgabe der Ferienübung ist bis zum 10.08.01. Eine Fragestunde zum Vordiplom wird es am 20.08.01 um 10.00 Uhr im Hörsaal III geben. Bei den folgenden Klausuren hat sich teilweise der Ort **geändert**.

1. Klausur	Freitag, 20.07.2001, 14.00 Uhr	Hörsaal Fo2
Vordiplom III/IV	Freitag, 07.09.2001, 9.00 Uhr	Grüner Hörsaal
Vordiplom I/II	Freitag, 07.09.2001, 9.00 Uhr	Grüner Hörsaal
Vordiplom I-IV	Freitag, 07.09.2001, 9.00 Uhr	Grüner Hörsaal

Eine 2. Scheinklausur wird es nicht geben. Stattdessen wird es für Studenten, die die 1. Klausur nicht bestehen, die Möglichkeit geben, eine mündliche Prüfung abzulegen, die zu Beginn des nächsten Semesters stattfinden wird. Für weitere Informationen, die die Vordiplomsklausuren betreffen, beachten Sie bitte den Aushang des Lehrstuhls oder die jeweiligen Diskussionsforen.

Aufgabe 1 (3 Punkte):
Sei g holomorph auf einem Gebiet G mit $\overline{K_1(0)} \subset G$. Man zeige mit Hilfe des Satzes von Rouché, dass $g(z) = z$ genau eine Lösung für $|z| < 1$ hat, falls $|g(z)| < 1$ ist für $z \in \partial K_1(0)$.

Aufgabe 2 (2+2 Punkte):
Man berechne die folgenden Residuen:

a) $\operatorname{Res}_0 \frac{z^{n-1}}{\sin^n z}, \quad n \in \mathbb{Z}$,

b) $\operatorname{Res}_0 \frac{z-1}{\operatorname{Log}(z+1)}$.

Aufgabe 3 (2+2 Punkte):

a) Es sei $\tau : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definiert durch $\tau(z) = z + a$, $a \in \mathbb{C}$. Die Funktion $g : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ sei holomorph in einer punktierten Umgebung von $z_0 \in \mathbb{C}$. Man zeige:

$$\operatorname{Res}_{z_0} g = \operatorname{Res}_{z_0 - a} g \circ \tau.$$

b) Es sei $\mu : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ definiert durch $\mu(z) = az$, $a \in \mathbb{C}$, $a \neq 0$. Man drücke $\operatorname{Res}_{z_0} g$ durch $\operatorname{Res}_{\frac{z_0}{a}} g \circ \mu$ aus (analog zu a)).

Aufgabe 4 (3+4 Punkte)
Man berechne:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1-x}{1-x^5}\,\mathrm{dx}$,

b) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos t + \sin t}{2\sin t}\,\mathrm{dt}$.