Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. A. Krieg, A. Marschner

Aachen, den 17. April 2001

1. Übung zur Analysis IV

Abgabe: Freitag, 27.04.2001, 13.00 Uhr

Informationen zum Übungsbetrieb: Jeweils donnerstags nach der Vorlesung wird ein Übungsblatt ausgegeben. Die bearbeiteten Lösungen sind bis zum folgenden Freitag, 13.00 Uhr, im Kasten vor dem Sekretariat des Lehrstuhls, Raum 153, Hauptgebäude (HG) abzugeben. Die Übungen können in Zweiergruppen bearbeitet werden. Die korrigierten Lösungen werden dann in der Übung am Mittwoch zurückgegeben. Dort wird eine Lösung der Aufgaben vorgestellt. Am Mittwoch, den 25.04. wird die Ferienübung vorgerechnet, die ebenfalls klausurrelevant ist. Die Übungsblätter zur Analysis IV sind auch im WWW erhältlich (`http://www.mathA.rwth-aachen.de/lehre/SS01/Ana4`). Neben den Übungen werden Diskussionsstunden wie folgt angeboten:

Zeit		Raum	Hilfskraft
Mittwoch	14.00–15.30 Uhr	SG 512	Lutz Lenzen
Donnerstag	14.00–15.30 Uhr	H 212	Andreas Haß

In den Diskussionsstunden können Fragen zur Vorlesung und zur Übung gestellt werden. Ansonsten werden die Betreuer dieser Diskussionsstunden versuchen, anhand von Beispielen zusammen mit den Teilnehmern den Stoff zu erarbeiten. Wir möchten Sie bitten, sich für eine der Diskussionsstunden einzutragen. Wir empfehlen Ihnen, sich regelmäßig an den Diskussionsstunden zu beteiligen. Die ersten Diskussionstunden werden in der 2. Semesterwoche stattfinden.
Außerdem stehen für alle Fragen und Probleme rund um die Vorlesung Prof. Dr. A. Krieg (Sprechstunde: dienstags und donnerstags, 9.00-10.00 Uhr, Raum 154, HG, nach der Vorlesung sowie nach Vereinbarung) und der Assistent A. Marschner (Sprechstunde: dienstags, 14.00-15.30 Uhr, Raum 155, HG und nach Vereinbarung) zur Verfügung. Sie können die Mitarbeiter auch per E-Mail erreichen: krieg@mathA.rwth-aachen.de, axel.marschner@mathA.rwth-aachen.de.
Wir haben auf der Homepage des Lehrstuhls A (http://www.mathA.rwth-aachen.de) wieder ein Diskussionsforum zu der Vorlesungsreihe Analysis IV eingerichtet. Sie müssen sich nicht wieder neu anmelden, können aber die neuen Bereiche abonnieren. Die Diskussionsforen zur Analysis III bzw. zur Analysis II werden bis zur Vordiplomsklausur im August weiterbestehen. Bitte posten Sie Ihre Sachen in das jeweils zuständige Forum.

Den Schein über die Teilnahme an den Übungen erhält, wer eine der beiden Klausuren besteht. Voraussetzung für die Teilnahme an den Klausuren ist das Erreichen von 1/3 der Übungspunkte. Die Klausurtermine sind

1. Klausur	Freitag, 20.07.2001, 14.00 Uhr	Hörsaal Fo2
Vordiplom III/IV	Freitag, 07.09.2001, 9.00 Uhr	Roter Hörsaal
Vordiplom I/II	Freitag, 07.09.2001, 9.00 Uhr	Grüner Hörsaal
2. Klausur	vor Beginn des Wintersemesters	

Für die regulären Termine, die im Laufe des Sommersemesters ausfallen, sind Ausweichtermine vorgesehen:

statt		neuer Termin		Raum
Dienstag,	01.05.2001, 10.00–11.30 Uhr (Vl..)	Mittwoch,	02.05.2001, 11.45–13.15 Uhr	Ro
Dienstag,	08.05.2001, 10.00–11.30 Uhr (Vl..)	Mittwoch,	09.05.2001, 11.45–13.15 Uhr	Ro
Donnerstag,	24.05.2001, 10.00–11.30 Uhr (Vl..)	Mittwoch,	23.05.2001, 11.45–13.15 Uhr	Ro
Donnerstag,	14.06.2001, 10.00–11.30 Uhr (Vl..)	Mittwoch,	13.06.2001, 11.45–13.15 Uhr	Ro
Mittwoch,	27.06.2001, 15.45–17.15 Uhr (Ü.)	Donnerstag,	28.06.2001, 11.45–13.15 Uhr	EpH
Mittwoch,	11.07.2001, 15.45–17.15 Uhr (Ü.)	Mittwoch,	11.07.2001, 11.45–13.15 Uhr	E2

Aufgabe 1 (2+2 Punkte): Gegeben sei die eindimensionale Untermannigfaltigkeit

$$M := \{(x, y, z)^t \in \mathbb{R}^3;\ 2x + zy = z + y = 0\}.$$

a) Man finde eine Karte von M und bestimme alle Tangentialvektoren an M im Punkt $a = (2, -2, 2)^t \in M$.

b) Man bestimme alle Normalenvektoren von M in einem beliebigen $a \in M$.

Aufgabe 2 (3+3 Punkte): Sei $R = [a; b] \times [c; d], a < b, c < d$, ein Rechteck im $\mathbb{R}^2$.

a) Man zeige, dass R keinen glatten Rand hat.

b) Seien $f, g : U \to \mathbb{R}, U \subset \mathbb{R}^2, U \supset R$, stetig differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie

$$\int_R \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial g}{\partial y}\, d\lambda \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \int_c^d f\begin{pmatrix} b \\ y \end{pmatrix} dy - \int_a^b g\begin{pmatrix} x \\ d \end{pmatrix} dx - \int_c^d f\begin{pmatrix} a \\ y \end{pmatrix} dy + \int_a^b g\begin{pmatrix} x \\ c \end{pmatrix} dx.$$

Aufgabe 3 (4 Punkte):
Ein fester Körper A (hier: $A \subset \mathbb{R}^3$ kompakt mit glattem Rand) befinde sich in einer Flüssigkeit der konstanten Dichte $c > 0$, deren Oberfläche mit der Ebene $x_3 = 0$ des (x_1, x_2, x_3)-Raumes zusammenfalle. Im Punkt $a \in \partial A$ übt die Flüssigkeit auf den Körper einen Druck der Größe $cx_3\nu(x)$ aus, wobei $\nu(x)$ der äußere Normalenvektor von A im Punkt x ist. Man berechne die gesamte Auftriebskraft $K = (K_1, K_2, K_3)^t$, gegeben durch

$$K_i = \int_{\partial A} cx_3\nu_i(x)\, dS(x), \quad i = 1, 2, 3.$$

Aufgabe 4 (6 Punkte):
Seien $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}_+^*$ und B das Ellipsoid

$$B = \left\{x \in \mathbb{R}^n;\ \left(\frac{x_1}{a_1}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{x_n}{a_n}\right)^2 \le 1\right\}.$$

Berechnen Sie

$$\int_{\partial B} \frac{1}{\sqrt{\frac{x_1^2}{a_1^4} + \cdots + \frac{x_n^2}{a_n^4}}}\, dS(x).$$