Lehrstuhl A für Mathematik
Prof. Dr. A. Krieg, H. Hassenpflug, A. Marschner

Aachen, den 07. April 2000

1. Übung zur Analysis II

Abgabe: Montag, 17.04.2000, 12.00 Uhr

Informationen zum Übungsbetrieb: Jeweils freitags nach der Vorlesung wird ein Übungsblatt ausgegeben. Die bearbeiteten Lösungen (bis auf diese Übung) sind bis zum folgenden Freitag, 11.45 Uhr, im Kasten vor dem Sekretariat des Lehrstuhls, Raum 153, Hauptgebäude (HG) abzugeben. Die Übungen können in Zweiergruppen bearbeitet werden. Die korrigierten Lösungen werden dann in der Übung am Mittwoch zurückgegeben. Dort wird eine Lösung der Aufgaben vorgestellt. Die Übungsblätter zur Analysis II sind auch im WWW erhältlich (`http://www.mathA.rwth-aachen.de/lehre/SS00/Ana2`). Neben den Übungen werden Beratungsstunden wie folgt angeboten:

Zeit		Raum	Hilfskraft
Montag	10.00–11.00 Uhr	248, HG	Severin Jacobs
Mittwoch	15.45–16.45 Uhr	248, HG	Judith Rettemeier
Donnerstag	11.45–12.45 Uhr	248, HG	Guido Hagel
Donnerstag	14.00–15.00 Uhr	248, HG	Marcel Makowski

In den Beratungsstunden können Sie individuell (oder auch in kleinen Gruppen) Fragen zum Übungs- und Vorlesungsstoff oder auch zur Korrektur der Übungen stellen. Ausserdem stehen für alle Fragen und Probleme rund um die Vorlesung Prof. Dr. A. Krieg (Sprechstunde: freitags, 10.00-11.30 Uhr, Raum 154, HG, nach der Vorlesung sowie nach Vereinbarung) und die Assistenten H. Hassenpflug (Sprechstunde: mittwochs, 12.45-13.45 Uhr, Raum 35, Schinkelstr. 4 und nach Vereinbarung) und A. Marschner (Sprechstunde: dienstags, 10.00-11.00 Uhr Raum 155, HG und nach Vereinbarung) zur Verfügung. Wir haben auf der Homepage des Lehrstuhls A (http://www.mathA.rwth-aachen.de) ein Diskussionsforum zu der Vorlesungsreihe Analysis eingerichtet. Sie können die Mitarbeiter auch per E-Mail erreichen: krieg@mathA.rwth-aachen.de, helwig@mathA.rwth-aachen.de, axel@mathA.rwth-aachen.de.

Den Schein über die Teilnahme an den Übungen erhält, wer eine der beiden Klausuren besteht. Voraussetzung für die Teilnahme an den Klausuren ist das Erreichen von 1/3 der Übungspunkte. Wie bereits im letzten Semester angekündigt werden die Punkte der Ferienübung zu den Punkten des Sommersemesters zählen. Die Klausurtermine sind

Scheinklausur	Freitag, 21.07.2000, 8.30 Uhr	Hörsaal Fo2
Nachholklausur	vor Beginn des Wintersemesters	

Für die regulären Termine, die im Laufe des Sommersemesters ausfallen, sind Ausweichtermine vorgesehen:

statt	neuer Termin	Raum
Freitag, 21.04.2000, 11.45–13.15 Uhr (Vl.)	Mittwoch, 19.04.2000, 15.45–17.15 Uhr	Phil
Freitag, 19.05.2000, 11.45–13.45 Uhr (Vl.)	Mittwoch, 17.05.2000, 15.45–17.15 Uhr	Phil

Aufgabe 1 (2 Punkte): Sei $f : [a;b] \to \mathbb{R}$. Beweisen oder widerlegen Sie (durch Angabe eines Gegenbeispiels) folgende Aussagen:
a) Ist $|f|$ integrierbar, so ist f integrierbar.
b) Ist f^2 integrierbar, so ist f integrierbar.

Aufgabe 2 (2 Punkte): Berechnen Sie folgendes Integral:

$$\int_0^1 \frac{1}{n}[nx]dx \qquad (n \in \mathbb{N}).$$

Dabei ist $[y] := \sup\{z \in \mathbb{Z} | z \leq y\}$ für $y \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3 (6 Punkte):
a) Überprüfen Sie anhand der Definition ob

$$f(b) := \int_0^b x^2 dx$$

für $b > 0$ existiert.
b) Sei $f : [0;1] \to [0,1]$ gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , x = 0 \\ 0 & , x \quad \text{irrational} \\ e^{-1/q} & , x = \frac{p}{q} \quad \text{mit} \quad p \in \mathbb{N}_0,\ q \in \mathbb{N} \quad \text{teilerfremd.} \end{cases}$$

Untersuchen Sie f auf Integrierbarkeit.

Aufgabe 4 ($*$): Sei $I \subset \mathbb{R}$ ein offenes Intervall und $f : I \to \mathbb{R}$ eine Abbildung. Beweisen Sie:
a) f ist konvex und konkav genau dann, wenn f eine Polynomfunktion vom Grad kleiner gleich 1 ist.
b) Ist f konvex, so ist auch $g : I \to \mathbb{R}$, $g(x) = e^{f(x)}$, konvex.
c) Ist f konkav und $f(x) > 0$ für alle $x \in I$, so ist auch $h : I \to \mathbb{R}$, $h(x) = \log f(x)$, konkav.